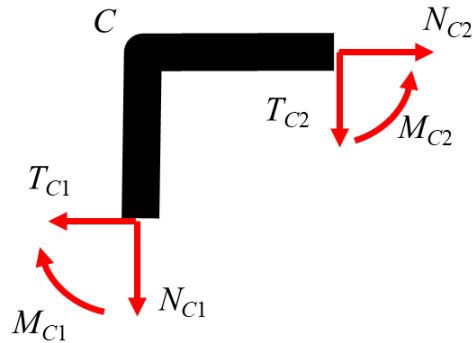


Semaine 2 – problème 1

$$N_{C1} = -T_{C2}; T_{C1} = N_{C2}; M_{C1} = M_{C2}$$

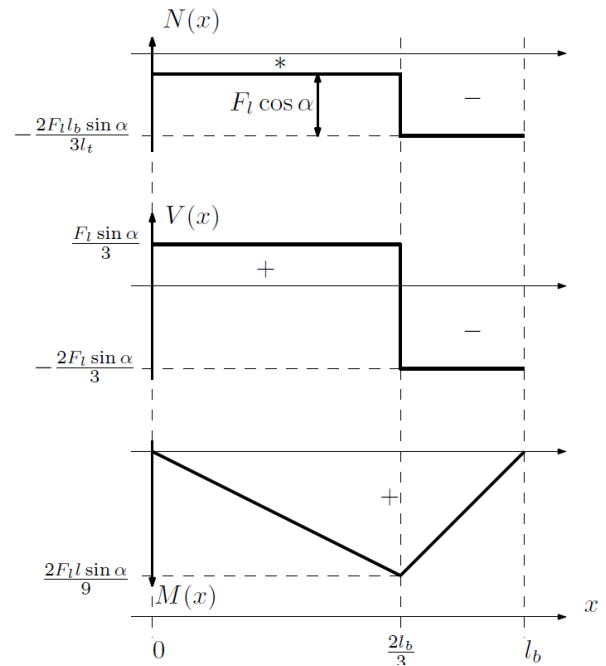


Semaine 2 – problème 2

a) $A_x = -F_\ell \cos \alpha$
 $A_y = -F_\ell(2\ell_h \cos \alpha + x_\ell \sin \alpha)/\ell_w$
 $B_y = F_\ell(2\ell_h \cos \alpha + \ell_w \sin \alpha + x_\ell \sin \alpha)/\ell_w$

b) $N_{d2} = \frac{F_\ell \sqrt{\ell_h^2 + \ell_w^2} \cos \alpha}{\ell_w}$
 $N_{d3} = F_\ell l_b \sqrt{\ell_t^2 + \ell_w^2} \sin \alpha / (\ell_t \ell_w)$

c) Diagramme des efforts



Semaine 2 – problème 3

$$P = 4k\ell(\tan \theta - \sin \theta)$$

Semaine 2 – problème 4

$$\eta = -\frac{4(R^3 - r^3)}{3\pi(R^2 - r^2)}$$

Semaine 2 – problème 5

$$x \in [0; \ell]$$

$$N(x) = 0$$

$$T(x) = R_A = -1.25 \text{ kN}$$

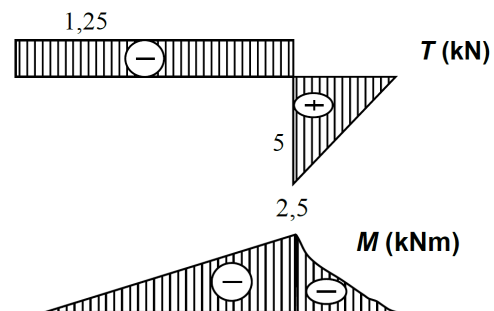
$$M(x) = R_A$$

$$x' \in [0; a]$$

$$N(x') = 0$$

$$T(x') = q x'$$

$$M(x') = -\frac{q x'^2}{2}$$



Semaine 3 – problème 1

- a) $V_A = 0$; $H_A = \frac{g\ell^2}{2h} = 37.5 \text{ kN}$; $V_B = g\ell = 6 \text{ kN}$; $H_B = H_A = 37.5 \text{ kN}$
 b) $\sigma_A = \frac{N_A}{F} = 975 \text{ MPa}$; $\sigma_B = \frac{N_B}{F} = 987 \text{ MPa}$; $\Delta\ell = \varepsilon\ell = \frac{N_B}{\pi R^2 E} \ell = 0.39 \text{ m}$

Semaine 3 – problème 2

$$N_1 = 4.31 \text{ kN}, N_2 = -8.10 \text{ kN},$$

$$\varphi_0 = 0.573 \text{ rad} = 32.8^\circ$$

Semaine 3 – problème 3

- a) $\sigma(x) = \frac{P(x)}{F} = \frac{1}{2}\rho\omega^2(\ell^2 - x^2)$; $\sigma_{max} = \sigma(0) = 85.3 \text{ MPa}$
 b) $\Delta(x) = \frac{\rho\omega^2}{2E}\left(\ell^2 x - \frac{x^3}{3}\right)$; $\Delta_{max} = \Delta(\ell) = 568 \mu\text{m}$
 c) $U = \frac{2}{15E}\rho^2\omega^4 F \ell^5 = 155 \text{ J}$

Semaine 4 – problème 1

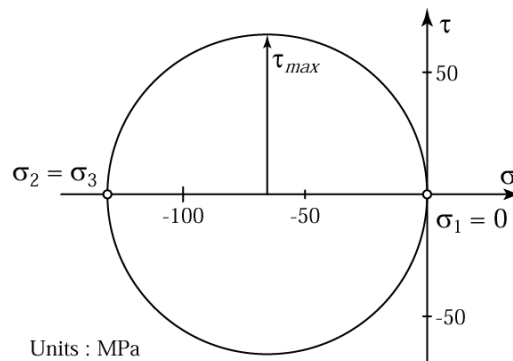
$$E_a = 262 \text{ GPa}$$

Semaine 4 – problème 2

$$P = 69 \text{ kN}$$

Semaine 4 – problème 3

- a) $\sigma_x = \sigma_y = -\frac{E\alpha}{1-\mu}\Delta T$; $\sigma_z = 0$
 b) $\sigma_1 = 0$; $\sigma_{2,3} = -131 \text{ MPa}$



- c) $\Delta T = 260^\circ$
 d) Comme, en réalité, l'acier est déformable, il cède à la pression de l'aluminium et les contraintes dans l'aluminium seront moins élevées. On surestime donc les contraintes en faisant l'hypothèse que l'acier est indéformable.

Semaine 5 – problème 1

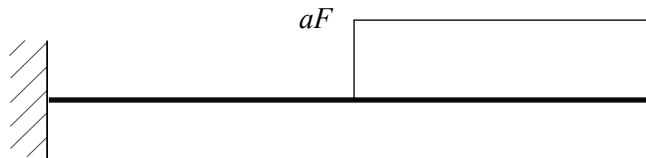
- a) $\varphi = \frac{2M_t l}{3\pi G R_2 - R_1} \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_2^3} \right) = \frac{M_t l}{G \tilde{I}_P}$
 Avec $\tilde{I}_P = \frac{3\pi}{2} (R_2 - R_1) \frac{R_1^3 R_2^3}{R_2^3 - R_1^3} = \frac{\pi}{2} R_m^4 f(\mu)$
- b) $\tilde{I}_P = \frac{\pi}{2} R_m^4 f(\mu)$
 Avec $f(\mu) = \frac{(1-\mu^2)^3}{1+\frac{1}{3}\mu^2} \approx \frac{1-3\mu^2}{1+\frac{1}{3}\mu^2}$
- c) $\varepsilon = \frac{\varphi' - \varphi}{\varphi} = \frac{10\mu^2}{3+\mu^2}$

Semaine 5 – problème 2

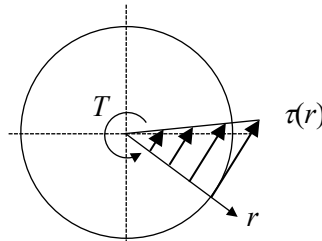
$d = 27.3 \text{ mm}; \ell = 1092 \text{ mm}$

Semaine 5 – problème 3

- a) $R_z = F; M_y = 4aF$
 b) Allure des moments de torsion



- c) $\tau_{max} = 2M_y / pR^3$



- d) $T_{max} = 0.4 \text{ kNm}$
 $\tau_{max} = 90.45 \text{ MPa}$
 $R = 1.4 \text{ cm}$

Semaine 6 – problème 1

$$P = 2987 \text{ kN}$$

Semaine 6 – problème 2

$$I_z = 310 \text{ cm}^4; S' = 32 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_A = 136 \text{ MPa}; \tau_G = 72.2 \text{ MPa}$$

Semaine 6 – problème 3

$$\sigma = 13.33 \text{ MPa}; R = 32.48 \text{ mm}$$

Semaine 7 – problème 1

$$N = 25.2 \text{ kN}; h = 10 \text{ m}$$

Semaine 7 – problème 2

a) $\ell = 0.94 \text{ m}$

b) $\ell = 0.73 \text{ m}$

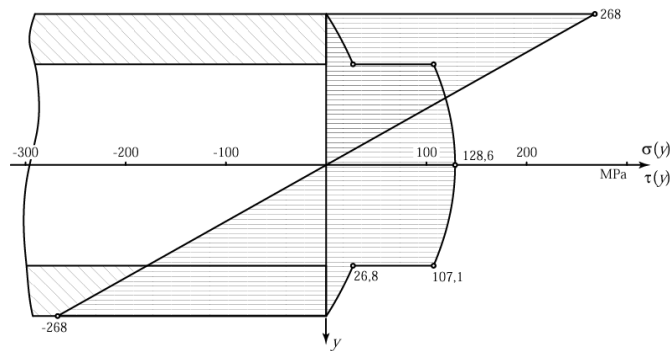
- c) La condition la plus restrictive entre la contrainte tolérable et la flèche maximal conduit à prendre comme entre distance la valeur calculée en b). Les sections en bois ne sont suffisantes pour reprendre les charges, il faut donc prendre l'IPE. Pour la résistance un IPE 180 serait suffisant, mais pour satisfaire également la limite de flèche imposée, il faut finalement choisir un IPE220.

Semaine 7 – problème 3

$$I = 0.167 \times 10^{-8} \text{ m}^4; k = 105 \text{ kN/m}$$

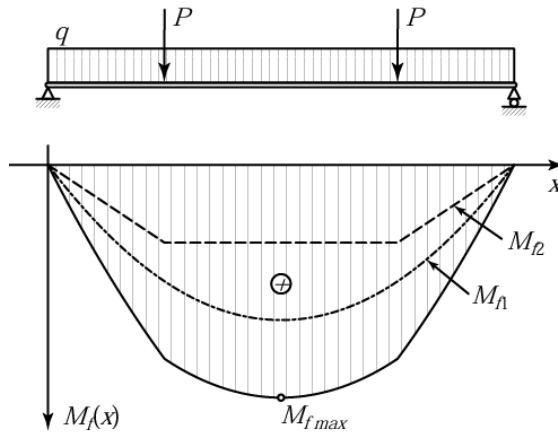
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 25.8 \text{ Hz}$$

Semaine 8 – problème 1



Semaine 8 – problème 2

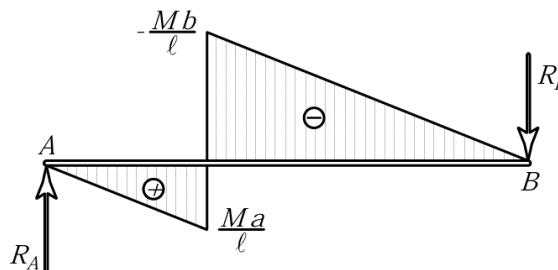
- a) M_{f1} est le moment de flexion pour la charge répartie et M_{f2} pour les deux forces discrètes. $M_{fmax} = 7500 \text{ Nm}$



- b) Dimensions : $H_2 = 10.05 \text{ cm}$; $H_1 = 8.04 \text{ cm}$; $B_2 = 5.02 \text{ cm}$; $B_1 = 4.02 \text{ cm}$

Semaine 8 – problème 3

- Force de réaction $R_A = R_B = M / \ell$
- Moment de flexion



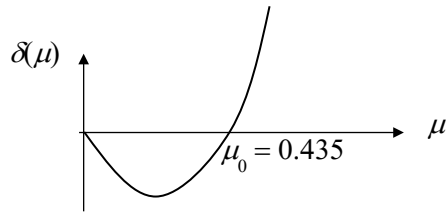
- Déformée $y_1(x) = \frac{M}{EI} \left[-\frac{x^3}{6\ell} + \frac{1}{6\ell} (6a\ell - 2\ell^2 - 3a^2)x \right]$ $0 \leq x \leq a$
 $y_2(x) = \frac{M}{EI} \left[-\frac{x^3}{6\ell} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{6\ell} (2\ell^2 + 3a^2)x + \frac{a^2}{2} \right]$ $a \leq x \leq \ell$

- Flèche en C $y_C(x) = y_1(a) = \frac{M\ell^2}{EI} \left[\alpha^2 - \frac{1}{3}\alpha - \frac{2}{3}\alpha^3 \right]$

- La déformée passe de 1 à 2 ondes quand $y'_1(x=0) = 0$, soit $\alpha_{limite} = 1 - \sqrt{\frac{1}{3}}$

Semaine 10 – problème 1

$$\delta_C = \frac{P}{EI} \left(\frac{ab^3}{6} - \frac{a^3b}{24} + \frac{ab^4}{7} \right) = \frac{a^4P}{EI} \left(\frac{\mu^3}{6} - \frac{\mu}{24} + \frac{\mu^4}{7} \right)$$



Semaine 10 – problème 2

Démonstration

Semaine 10 – problème 3

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3}; f = \frac{8nPD^3}{Gd^4}; k = \frac{Gd^4}{8nD^3}; U = \frac{4nP^2D^3}{Gd^4}$$

Semaine 11 – problème 1

$$M_0 = \frac{P}{8(\pi R + a)} [(4\pi - 8)R^2 + (4R + a)a] = 289 \text{ Nm}$$

Semaine 11 – problème 2

$$R_A = \frac{5ql}{6}; R_B = \frac{3ql}{2}; R_C = \frac{ql}{3}$$

Semaine 11 – problème 3

Force de réaction $R_A = \frac{17}{40} q_0 \ell = 2125 \text{ N}$

$R_B = \frac{13}{40} q_0 \ell = 1625 \text{ Nm}$

Moment de réaction $M_A = \frac{2}{30} q_0 \ell^2 = 1666 \text{ Nm}$

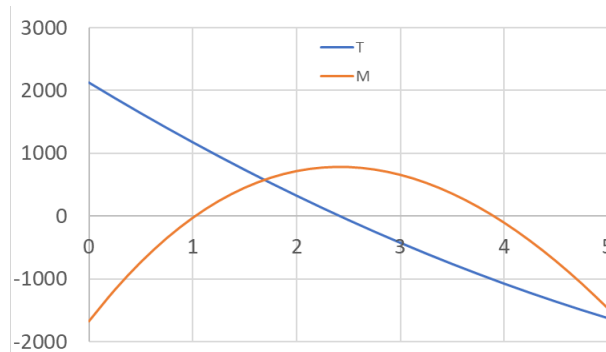
$M_B = \frac{7}{120} q_0 \ell^2 = 1458 \text{ Nm}$

Déformée $y(x) = \frac{-1}{EI} \left[\frac{R_A}{6} x^3 - \frac{M_A}{2} x^2 + q_0 \left(\frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{240\ell} \right) \right]$
 $y(x) = \frac{-q_0 x^2}{240 EI \ell} [x^3 - 10\ell x^2 + 17\ell^2 x - 8\ell^3]$

Déformée / angle en $y = \ell/2$ $y(\ell/2) = 1.46 \text{ mm}$

$y'(\ell/2) = -3.09 \times 10^{-5} \text{ rad}$

Diagramme



Semaine 12 – problème 1

$$N_c = \frac{U}{t} = \frac{\pi^2 EI}{h^2} + \frac{4E'F'h}{\pi^2 l}$$

Semaine 12 – problème 2

$$N_c = 190 \text{ kN.}$$

Semaine 12 – problème 3

$$N_{max} = 1696 \text{ kN}; \lambda = 98.66; \lambda_p = 92.93; N_c = 1504.5 \text{ kN}$$

Semaine 13 – problème 1

$$\sigma_g = 130 \text{ MPa}, n = 2,6.$$

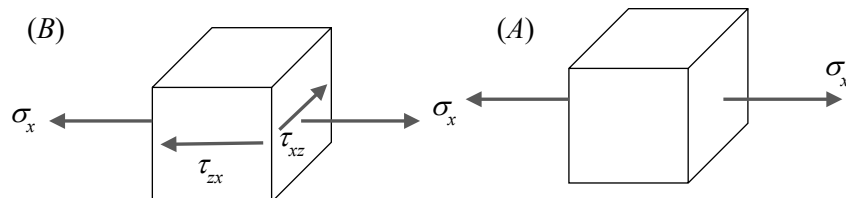
Semaine 13 – problème 2

$$\sigma_{g_Mohr}(B) = 115.6 \text{ MPa}; n(B) = 1.9; \sigma_{g_Mohr}(C) = 62.83 \text{ MPa}; n(C) = 3.5$$

$$\sigma_{g_vonMises}(B) = 113.2 \text{ MPa}; n(B) = 1.94; \sigma_{g_vonMises}(C) = 64.66 \text{ MPa}; n(C) = 3.4$$

Semaine 13 – problème 3

$$(a) \tau_{max} = 8.91 \text{ MPa}; \sigma_x = 9.55 \text{ MPa};$$



$$(b) \sigma_1 = \sigma_x; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$(c) \sigma_1 = 14.88 \text{ MPa}; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = -5.33 \text{ MPa}$$